

## ÚLOHA: ROTUJÍCÍ TYČE

### **Zadání:**

Na každém konci vodorovné tyče délky  $2a$ , která se může otáčet kolem svislé osy procházející jejím středem, je zavěšena tyče délky  $l$  a hmotnosti  $m$ . Spojení tyčí je takové, že zavěšená tyč se může vlivem rotace vodorovné tyče odklonit o libovolný úhel. Najděte závislost úhlové rychlosti rotace vodorovné tyče na úhlu, který svírá zavěšená tyč se svislým směrem. Při jaké úhlové frekvenci bude zavěšená tyč ve vodorovné poloze?

**Řešení:**

$$\frac{2a_1 l}{\omega(\alpha) = ?}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_0}{F_G} = \frac{m \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$r = a + r_0$$

$$\sin \alpha = \frac{r_0}{\frac{r}{2}} = \frac{2r_0}{r} \quad \left. \vphantom{\sin \alpha} \right\} \Rightarrow r = a + 2l \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2 (a + 2l \sin \alpha)}{g}$$

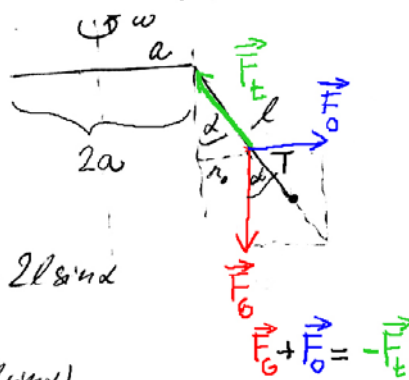
$$\omega^2 = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{a + 2l \sin \alpha}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{a + 2l \sin \alpha}}}$$

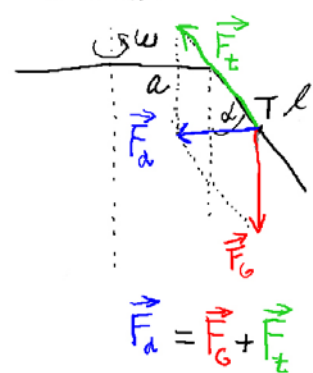
tyče vodorovné  $\Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$

$$\underline{\underline{\omega_{90} = \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{a + 2l \sin \alpha} = \infty \Rightarrow \text{nelze realizovat}}}$$

a) soustava tyče



b) soustava okolo (INERCIÁ 'LNI')



Závislost úhlové rychlosti rotace vodorovné tyče na úhlu  $\alpha$ , který svírá zavěšená tyč se svislým směrem, je dána vztahem  $\omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{a + 2l \sin \alpha}}$ .

Pokud by zavěšené tyče měly být vodorovné, musel by být úhel  $\alpha$  roven  $90^\circ$ . Funkce tangens, která vystupuje v čitateli výsledného vztahu, není ale pro tuto hodnotu úhlu definovaná: jak se úhel  $\alpha$  blíží k  $90^\circ$  (resp.  $\frac{\pi}{2}$ ), roste hodnota funkce tangens nade všechny meze. Proto není možné dosáhnout takové úhlové frekvence otáčení, při níž by zavěšené tyče byly vodorovné.